Jugando con la Conjetura de Collatz

Objetivo

El presente texto muestra particularidades de la Conjetura de Collatz, y tiene como objetivo que estas características encontradas quizás puedan ser utilizadas por algún matemático para llegar a la demostración.

Desarrollo

Separaremos el presente en puntos temáticos basados en observaciones y **no** en demostraciones matemáticas. Es decir, simplemente, jugamos con la conjetura.

En mi opinión personal considero que, para solucionar este tipo de conjeturas, hay que avanzar en la Teoría del Quasi-Infinito, es decir "aprender" a trabajar con números tan grandes que los ordenares actuales y futuros no puedan manejar.

Aquí dejo una planilla www.hsingenieria.com.ar/files/Collatz-Gaussianos-1.xls

1.- Números 2^q

Si tomamos números dados por 2^q nos darán una serie de convergencia rápida, ya que sólo hay que dividir por 2 sucesivamente y no encontraremos ningún impar que nos obligue a multiplicar por 3n+1. Esto más que una característica destacada es una obviedad, pero la enunciamos para tenerla presente y utilizarla más adelante.

2.- Productoria $\mathrm{P} = 3^r.2^{-s}$

Definimos Productoria P a la operación de multiplicar sucesivamente por 3 cuando el número de la serie es impar y por ½ cuando el número es par. Cuando llegamos al valor de "convergencia" (1) no multiplicamos por 3. Como se puede ver, se desprecia el sumando 1. En principio se tomó esta decisión ya que se está trabajando con números grandes, mayores a 10^{61}.

Esto nos lleva a un valor $\mathrm{P} = 3^{r}.2^{-s}$

Siendo:

r: La cantidad de veces que aparecen valores impares en la serie (exceptuando el valor 1 final).

s: La cantidad de veces que los números de la serie son pares.

Si a P la multiplicamos por el número N se observa que "generalmente" toma valores entre 0,8 y 1. A este producto lo llamaremos φ **;** $\varphi = P \cdot N$**.** Decimos "generalmente" porque se observan casos que podríamos llamarlos excepcionales en los que φ toma valores como 0,7993 o 0,7984. Esto se puede deber a errores de redondeo de las planillas de cálculo o bien son reales, aún no lo he determinado.

Los números 2^q que nombrábamos en el punto 1.- nos dan un $\varphi = 1$ ya que:

$$\varphi = 2^{q} \cdot \frac{1}{2^{s}}$$

Con $q = s$ siendo tanto s la cantidad de pasos para llegar al valor de convergencia 1.

Ahora bien, imaginemos que tomamos números N cercanos a un 2^q, como ya dijimos el 2^q nos dará un $\varphi = 1$ mientras que los N cercanos nos darán valores entre 0,8 y 1.

Tomemos un ejemplo:

$N_1 = 2^{23} = 8.388.608$

$N_2 = N_1 - 323 = 8.388.285$

$N_3 = N_1 + 429 = 8.389.037$

Obtendremos:

$\varphi_1 = 1$ Con 23 pasos

$\varphi_2 = 0{,}913$ Con 80 pasos

$\varphi_3 = 0{,}846$ Con 168 pasos

Intuitivamente uno tendería a pensar que para números de un mismo orden los valores de φ cercanos a 1 nos dan una convergencia rápida (menos pasos), mientras que los valores de φ cercanos a 0,8 se asocian a una convergencia más lenta (más pasos). Esto no es así, no es una regla aplicable.

3.- Índice de Rebeldía

A la cantidad de pasos la llamaremos "Índice de Rebeldía" y la notaremos con la letra S. Es la resistencia a converger que opone un determinado número N.

Analizando con planillas de cálculo distintos números N arrojados con la función *ENTERO(ALEATORIO()*10^n); con n arbitrario*; observamos que existen números que comparten el mismo S, es decir que convergen en la misma cantidad de pasos, sin embargo pueden tener distintos pasos de multiplicación por 3 y por ½, o lo que es lo mismo, aparecen en la sucesión distintas cantidades de pares e impares. Por lo tanto su Productoria P es distinta, mientras que sus valores de φ son muy cercanos.

Veamos algunos ejemplos:

Número	Cantidad de Pasos	Multiplicaciones por 3	Multiplicaciones por 1/2	Productoria	P.N
N	S	r	s	P	φ
8771	140	49	91	9,66557E-05	0,8478
8772	140	49	91	9,66557E-05	0,8479
8773	140	49	91	9,66557E-05	0,8480
8774	140	49	91	9,66557E-05	0,8481
52648	140	48	92	1,61088E-05	0,8481
52650	140	48	92	1,61088E-05	0,8481
314254	140	47	93	2,68479E-06	0,8437

Resumen

a.- Los números dados por 2^n tienen, obviamente, una convergencia rápida obteniéndose un valor $\varphi = 1$.

b.- El valor φ de un número N dado no determina la rapidez o lentitud de convergencia.

c.- Los números que convergen en la misma cantidad de pasos poseen valores de φ muy cercanos independientemente de la cantidad de veces que en la sucesión aparezcan valores pares e impares.

d.- La característica más importante que se ha hallado es que φ adopta valores entre 0,8 y 1 y excepcionalmente valores escasamente menores a 0,8 por ejemplo 0,7994, situación que se puede dar por errores de redondeo en las planillas de cálculo o bien son reales.

Más:

¿Se puede demostrar que si N es finito la Productoria es finita? Creo que no, porque P depende de N...